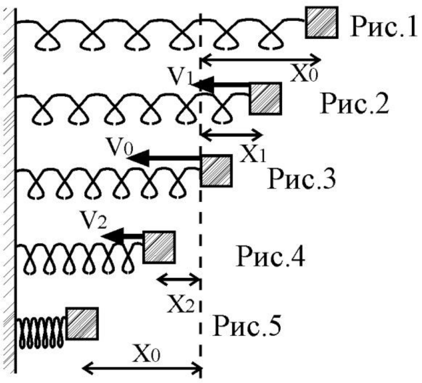
При свободных механических колебаниях кинетическая и потенциальная энергии периодически изменяются. При максимальном отклонении тела от положения равновесия его скорость, а, следовательно, и кинетическая энергия обращаются в нуль. В этом положении потенциальная энергия колеблющегося тела достигает максимального значения. Для груза на пружине потенциальная энергия – это энергия упругих деформаций пружины. Для математического маятника – это энергия в поле тяготения Земли.
Когда тело при своем движении проходит через положение равновесия, его скорость максимальна. Тело проскакивает положение равновесия по инерции. В этот момент оно обладает максимальной кинетической и минимальной потенциальной энергией (как правило, потенциальную энергию в положении равновесия полагают равной нулю). Увеличение кинетической энергии происходит за счет уменьшения потенциальной энергии. При дальнейшем движении начинает увеличиваться потенциальная энергия за счет убыли кинетической энергии и т.д.
Таким образом, **при гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот.**
Рассмотрим пружинный маятник. Пусть в начальный момент времени пружина максимально растянута, тогда кинетическая энергия тела равна нулю, а потенциальная – максимальна:

$$E_k = 0; \quad E_{\text{pmax}} = \frac{kx_0^2}{2}.$$



Маятник отпускают, и потенциальная энергия начинает превращаться в кинетическую:

$$E_{\text{k1}} = \frac{m\upsilon_1^2}{2}; \quad E_{\text{p1}} = \frac{kx_1^2}{2}.$$

При прохождении маятником положения равновесия потенциальная энергия равна 0, кинетическая – максимальна:

$$E_{k\max} = \frac{m\upsilon_0^2}{2}; \quad E_p = 0.$$

где: υ_0 - максимальная скорость тела. Затем скорость уменьшается, и кинетическая энергия превращается в потенциальную:

$$E_{\text{k2}} = \frac{m\upsilon_2^2}{2}; \quad E_{\text{p2}} = \frac{kx_2^2}{2}.$$

Наконец пружина максимально сжимается, в этот момент энергии снова равны:

$$E_k = 0; \quad E_{\text{pmax}} = \frac{kx_0^2}{2}.$$

А затем тело движется в обратную сторону. При этом по закону сохранения энергии:

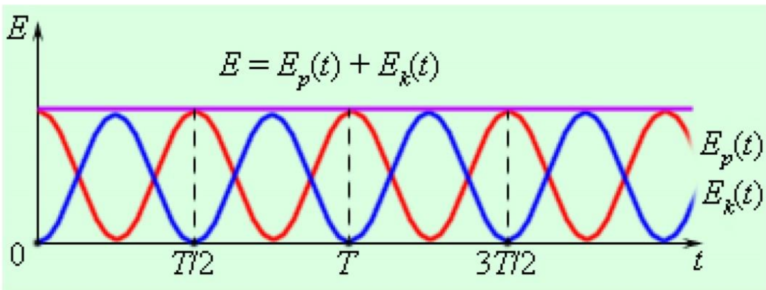
$$E_{k\max} = E_{k1} + E_{p1} = E_{\text{pmax}} = E_{k2} + E_{p2}.$$

Происходит превращение потенциальной энергии в кинетическую и наоборот:

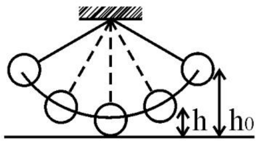
$$\frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{kx^2_{\max}}{2} = \frac{m\upsilon^2_{\max}}{2}$$

Это запись закона сохранения механической энергии для пружинного маятника. Т.е. полная энергия колебаний равна максимальной кинетической энергии или максимальной потенциальной энергии или сумме кинетической и потенциальной энергий в любой момент времени колебаний. При решении задач используется одно из равенств или их система.

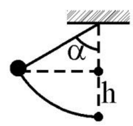
На рисунке изображены графики функций $E_p(t)$ и $E_k(t)$. Потенциальная и кинетическая энергии два раза за период колебаний достигают максимальных значений. Сумма энергий остается неизменной.



Аналогичные превращения энергии происходят при колебаниях математического маятника (потенциальная энергия рассчитывается по формуле: $E_p = mgh$).



При колебаниях математического маятника потенциальная энергия mgh превращается в кинетическую и наоборот. **Закон сохранения механической энергии в этом случае:**



$$mgh + \frac{m\upsilon^2}{2} = const$$

$$mgh_{\max} = mgh + \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\upsilon^2_{\max}}{2}, \quad \text{где: } h = L - L\cos\alpha.$$

В любом случае потенциальную энергию можно рассчитать по формуле: $E_p = \dfrac{m\omega^2 x^2}{2}$, где: $x = x_0\sin(\omega t + \phi_0)$ или $x = x_0\cos(\omega t + \phi_0)$, а полную энергию колебаний можно рассчитать по формуле: $E = \dfrac{m\omega^2 x_0^2}{2}$, где: x_0 – амплитуда колебаний.

В реальных условиях любая колебательная система находится под воздействием сил трения (сопротивления). При этом часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию теплового движения атомов и молекул, и колебания становятся **затухающими**.

ПРИМЕР. *Грузик, подвешенный на пружине, вывели из положения равновесия и отпустили. Через сколько миллисекунд кинетическая энергия грузика будет в 3 раза больше потенциальной энергии пружины? Период колебаний 0,9 с.*

Смещение грузика изменяется по закону $x = A\cos\omega t$, а зависимость от времени его потенциальной энергии имеет вид:

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\cos^2\omega t}{2}$$

В рассматриваемый момент кинетическая энергия в три раза больше потенциальной, или, иначе говоря, потенциальная энергия равна одной четверти от полной механической энергии: $E_n = 0{,}25E$. Полная механическая энергия в крайнем положении маятника равна максимальной потенциальной энергии: $E = kA^2/2$. Получаем:

$$\frac{kA^2\cos^2\omega t}{2} = \frac{1}{4}\left(\frac{kA^2}{2}\right)$$

Или $\cos\omega t = 0{,}5$, откуда $\omega t = \pi/3$, и время равно $t = \pi/3\omega = T/6 = 150$ мс.

ЗАМЕЧАНИЕ. Может показаться, что при вертикальных колебаниях, кроме потенциальной энергии упругой деформации, надо учитывать потенциальную энергию силы тяжести. Однако это не так. В положении равновесия силы тяжести и упругости уравновешивают друг друга, а при отклонении от этого положения на x возникает возвращающая сила, равная изменению силы упругости: $F_x = -kx$ (сила тяжести не меняется). Потенциальная энергия, соответствующая этой возвращающей силе (равнодействующей сил тяжести и упругости), точно такая же, как для силы упругости в отсутствие силы тяжести: $E_n = kx^2/2$ (но x здесь – не деформация пружины, а отклонение от положения равновесия).